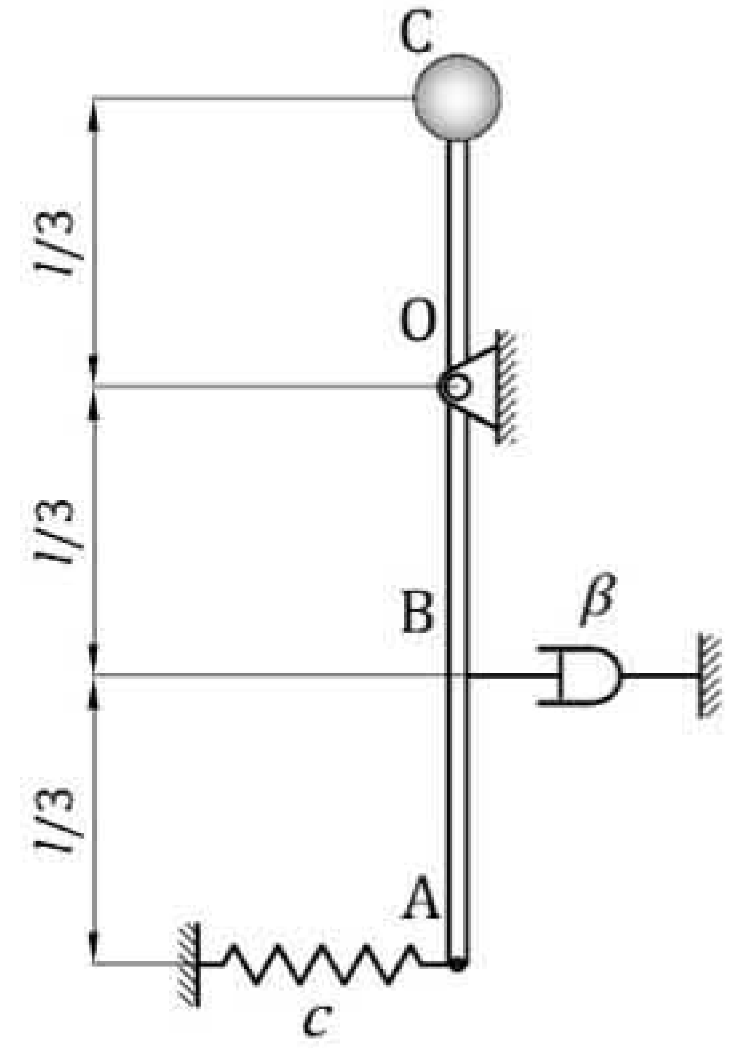
ОСЦИЛАЦИЈЕ У МАШИНСТВУ – ПРВИ КОЛОКВИЈУМ

1. За крај C крутог штапа AC везано је тијело масе m. Маса штапа је занемарљива. У тачки A је везана опруга крутости c, а у тачки B пригушница чији је коефицијент пригушења β.

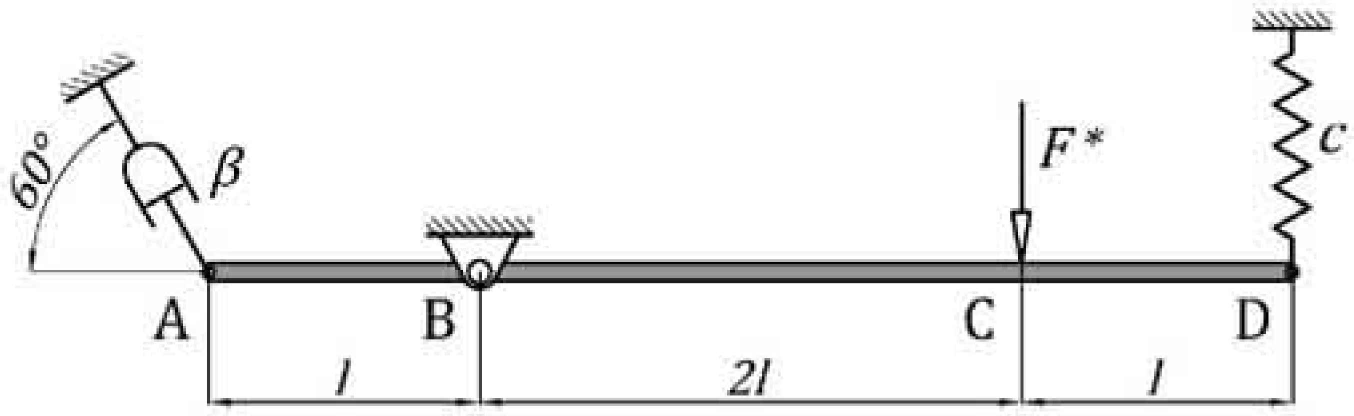
- При којој ће вриједности крутости опруге c равнотежни положај, приказан на слици, бити стабилан?
- Произвољно усвојити вриједност крутости опруге c при којој је равнотежни положај стабилан, а потом испитати да ли је пригушено осцилаторно кретање квазипериодично или апериодично.



Дато је:

$$m = 4\mathrm{b}_1\ [\mathrm{kg}], \qquad l = 0{,}981\ \mathrm{m}, \qquad \beta = (\mathrm{b}_1 + \mathrm{b}_2)/5\ \ [\mathrm{Ns/m}].$$

2. Хомогени крути штап масе m и дужине $4l$, који може да се обрће у вертикалној равни око осе B, одржава у равнотежном положају, приказаном на слици, опруга крутости c. Штап је у тачки A везан за пригушницу коефицијента пригушења β, а на њега у тачки C дјелује принудна сила $F^* = F_0 \sin(\Omega t)$.



- Написати диференцијалну једначину малих осцилација штапа око равнотежног положаја.
- Одредити амплитуде принудних осцилација.
- Одредити коначну једначину слободних непригушених осцилација, ако је штапу у почетном положају φ_0 саопштена угаона брзина $\dot{\varphi}_0$.

Дато је:

m [kg]	c [kN/m]	l [m]	β [Ns/m]	Ω [1/s]	F_0 [N]	φ_0 [rad]	$\dot{\varphi}_0$ [1/s]
$\frac{\mathrm{b}_1+\mathrm{b}_2}{5}$	$\frac{\mathrm{b}_1+\mathrm{b}_2}{10}$	1,5	$\frac{\mathrm{b}_1+\mathrm{b}_2}{10}$	$\frac{\mathrm{b}_1+\mathrm{b}_2}{4}$	100	0,15	$\frac{\mathrm{b}_2}{10}$

b_1 – број индекса
b_2 – година уписа на студије

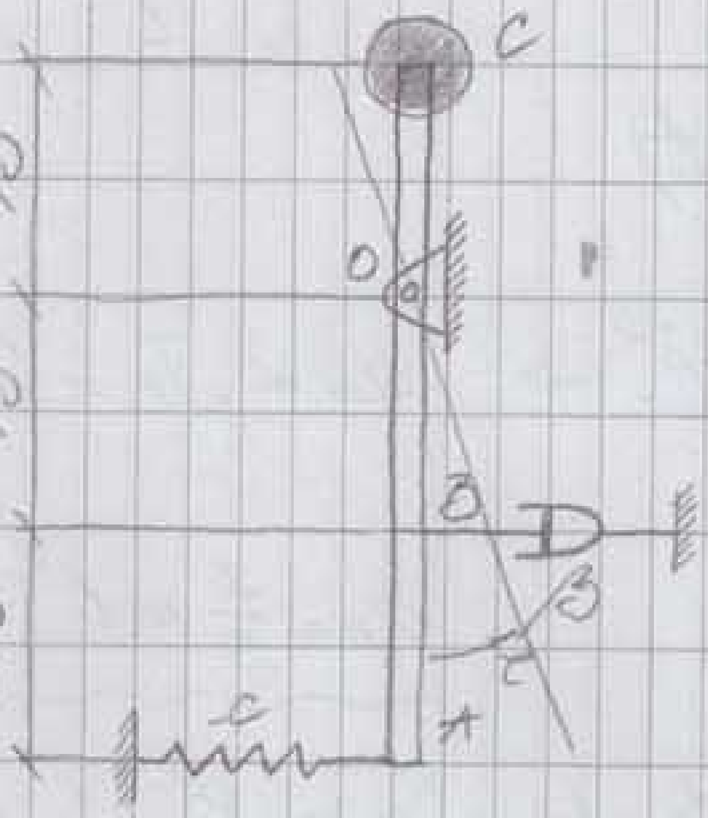
нпр. 08/2010 $\rightarrow \begin{cases} \mathrm{b}_1 = 8 \\ \mathrm{b}_2 = 10 \end{cases}$

Осцилације

1. колоквијум

1) $l = 0{,}981\,m$

$m = 4 \cdot b_1$ [kg]



$$E_p = -mg\left(\frac{l}{3} - \frac{l}{3}\cos\varphi\right) + \frac{1}{2}c\left(\frac{2}{3}l\varphi\right)^2$$

$$= -\frac{1}{3}mgl(1-\cos\varphi) + \frac{1}{2}c\cdot\frac{4}{9}l^2\varphi^2$$

$$= -\frac{1}{3}mgl\left(1-1+\frac{\varphi^2}{2}\right) + \frac{1}{2}\cdot\frac{4}{9}cl^2\varphi^2$$

$$= \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{3}mgl + \frac{4}{9}cl^2\right)\varphi^2$$

$$c_{11} = \frac{4}{9}cl^2 - \frac{1}{3}mgl > 0 \Rightarrow \frac{4}{9}cl^2 > \frac{1}{3}mgl \Rightarrow c > \frac{1}{3}\cdot\frac{9}{4}\cdot\frac{mgl}{l^2}$$

$$c > \frac{3}{4}\frac{mg}{l}$$

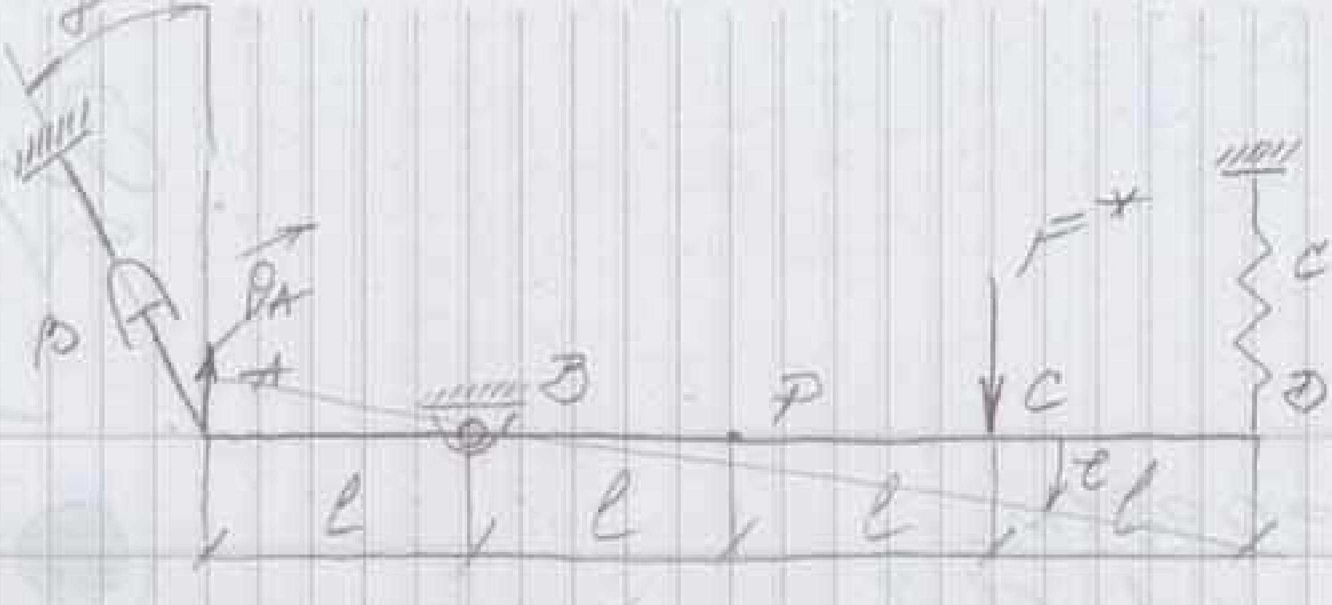
$$E_k = \frac{1}{2}J_O\dot\varphi^2 \qquad a_{11} = J_O = m\left(\frac{l}{3}\right)^2 = \frac{ml^2}{9}$$

$$\Phi = \frac{1}{2}\beta v_1^2 = \frac{1}{2}\beta\left(\frac{l}{3}\dot\varphi\right)^2 \Rightarrow b_{11} = \frac{\beta l^2}{9}$$

$$n = \frac{b_{11}}{2a_{11}} = \frac{\beta l^2 \cdot 9}{9 \cdot 2\,ml^2} = \frac{\beta}{2m}$$

$$\omega^2 = \frac{c_{11}}{a_{11}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{\frac{4}{9}cl^2 - \frac{1}{3}mgl}{\frac{ml^2}{9}}} = \sqrt{\frac{4cl - 3mg}{ml}}$$

(2)



$\gamma = 30°$

$F^* = F_0 \sin(\Omega t)$

- $E_K = \frac{1}{2} J_B \cdot \dot{\varphi}^2 \Rightarrow a_{11} = J_B = \frac{m \cdot (4l)^2}{12} + m \cdot l^2 = \frac{4}{3} m l^2 + m l^2$

$$a_{11} = \frac{7}{3} m l^2$$

- $\Phi = \frac{1}{2} \beta \vartheta_r^2 = \frac{1}{2} \beta (\vartheta_A \cos\gamma)^2 = \frac{1}{2} \cdot \beta \cdot \cos^2\gamma \cdot l^2 \dot{\varphi}^2$

$$b_{11} = \cos^2\gamma \, \beta l^2 = \frac{3}{4} \beta l^2$$

- $E_P = -m g l \varphi + \frac{1}{2} c (3l \varphi)^2$

$$c_{11} = 9 c l^2$$

- $\delta A^* = F^* \cdot 2l \, \delta\varphi = F_0 \sin(\Omega t) \, 2l \, \delta\varphi \Rightarrow Q_0 = 2F_0 l$

$$P = \frac{h}{\sqrt{(\omega^2 - \Omega^2)^2 + 4n^2\Omega^2}}$$

$$\varphi = A \sin(\omega t + \alpha)$$

$$A = \sqrt{\varphi_0^2 + \left(\frac{\dot{\varphi}_0}{\omega}\right)^2}$$

$$\sin\alpha = \frac{\varphi_0}{A}$$