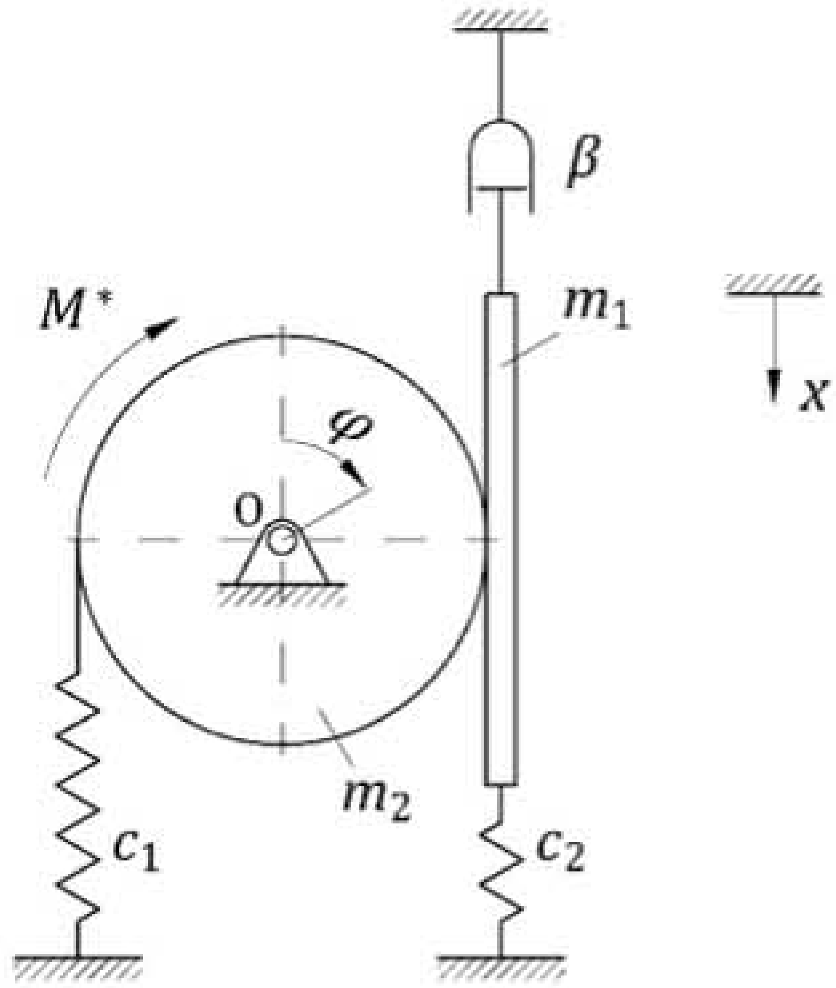
ОСЦИЛАЦИЈЕ У МАШИНСТВУ – ЗАВРШНИ ИСПИТ

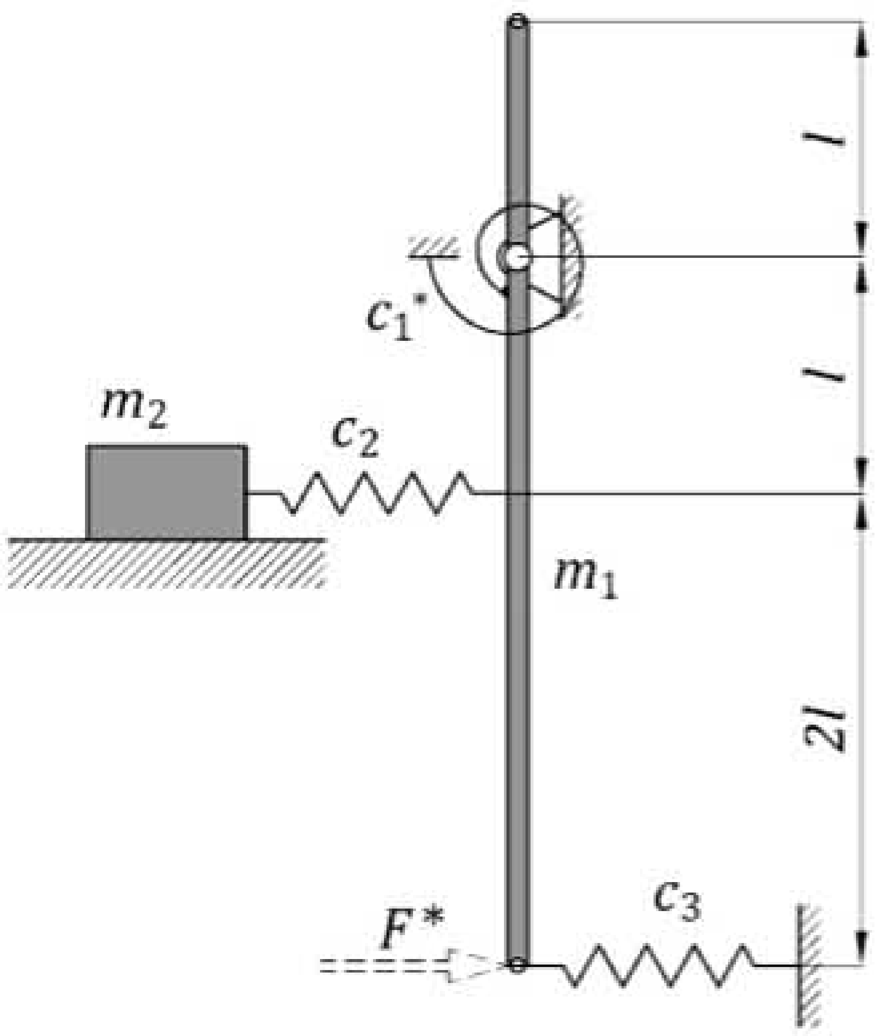
1. Систем са једним степеном слободе, приказан на слици, осцилује у вертикалној равни.



- Одредити фреквенцију слободних непригушених осцилација система.
- Одредити услов који треба да задовољи коефицијент пригушења β да би пригушење било мало.
- Одредити амплитуде принудних осцилација ако на диск дјелује принудни момент $M^* = M_0 \sin \Omega t$.
- Написати коначну једначину осциловања ако се зупчастој летви, у положају равнотеже, саопшти почетна брзина $\dot{x}_0 = 0{,}1$ m/s.

c_1 [N/m]	c_2 [N/m]	m_1 [kg]	m_2 [kg]	r [m]	β [Ns/m]	M_0 [Nm]	Ω [1/s]
100	200	2	2	0,5	30	30	6

2. Систем са два степена слободе, приказан на слици, осцилује у вертикалној равни.

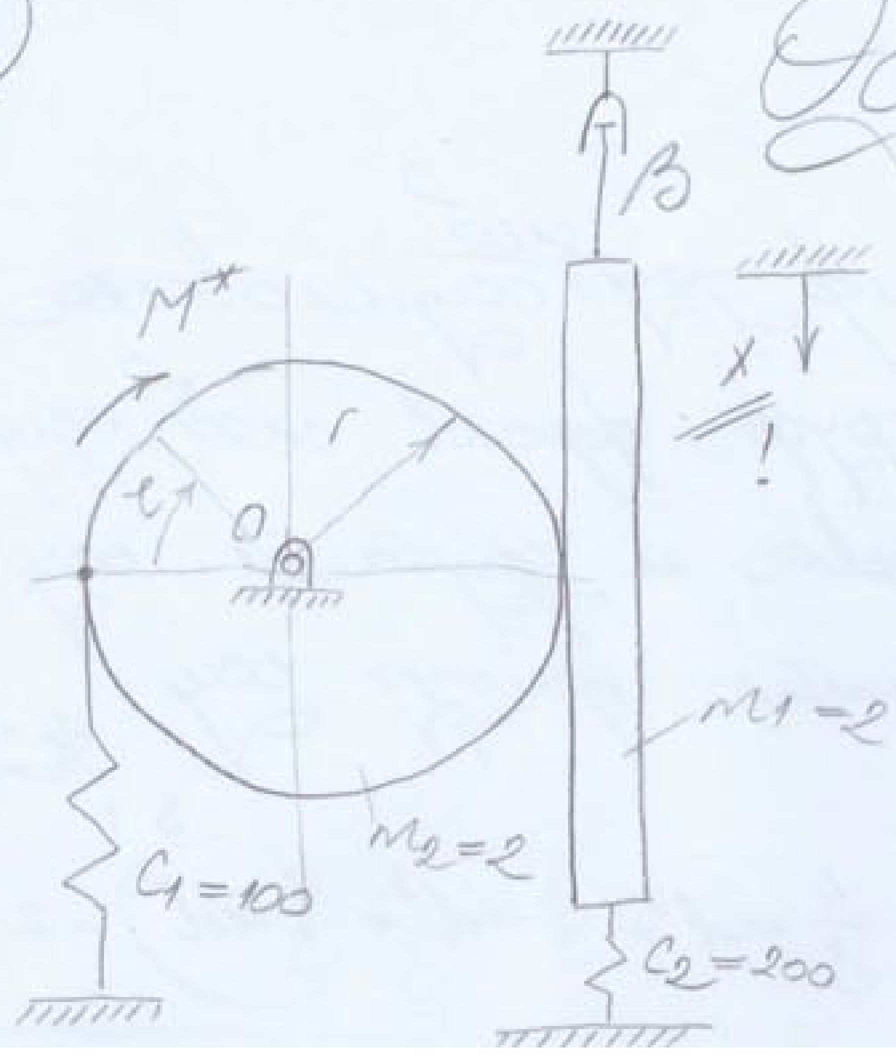


- Написати диференцијалне једначине слободних осцилација посматраног система.
- Одредити кружне фреквенције слободних осцилација.
- Написати прву и другу главну осцилацију.
- Ако би на штап дјеловала принудна сила $F^* = F_0 \sin \Omega t$, одредити амплитуде принудних осцилација система.

m_1 [kg]	m_2 [kg]	l [m]	$c_1{}^*$ [Nm/rad]	c_2 [N/m]	c_3 [N/m]	Ω [1/s]	F_0 [N]
3	2	1	100	200	100	10	2

1

Осцилације — задаци



$$E_p = -m_1 \cdot g \cdot x + \frac{1}{2} c_1 \cdot x^2 + \frac{1}{2} c_2 \cdot x^2 \Rightarrow c_{11} = \overset{100}{c_1} + \overset{200}{c_2} = 300$$

$$E_k = \frac{1}{2} m_1 \cdot \dot{x}^2 + \frac{1}{2} J \dot{\varphi}^2 = \frac{1}{2} m_1 \cdot \dot{x}^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{m_2 r^2}{2} \cdot \frac{\dot{x}^2}{r^2} \qquad a_{11} = \overset{2}{m_1} + \frac{\overset{2}{m_2}}{2} = 3$$

$$\omega^2 = \frac{c_{11}}{a_{11}} = \frac{300}{3} \Rightarrow \boxed{\omega = 10\, s^{-1}} \qquad n = \frac{b_{11}}{2a_{11}} = \frac{\beta}{6}$$

$$\Phi = \frac{1}{2} \cdot \beta \cdot \dot{q}_1^2 = \frac{1}{2} \beta \dot{x}^2 \Rightarrow b_{11} = \beta$$

$$n < \omega \Rightarrow \frac{\beta}{6} < 10 \Rightarrow \boxed{\beta < 60}$$

$$\beta = 30 \Rightarrow n = 5 \qquad \Omega = 6$$

$$\delta A^* = M^* \delta\varphi = \underbrace{\frac{M_0}{r}}_{=Q_0} \sin \Omega t\, \delta\varphi \Rightarrow h = \frac{Q_0}{a_{11}} = \frac{\overset{30}{M_0}}{3\underset{0{,}5}{r}} = 20$$

$$\delta x = r\, \delta\varphi$$

$$P_{pr} = \frac{h}{\sqrt{(\omega^2 - \Omega^2)^2 + 4n^2\Omega^2}} = \frac{20}{\sqrt{(100-36)^2 + 4 \cdot 25 \cdot 36}} = 0{,}228$$

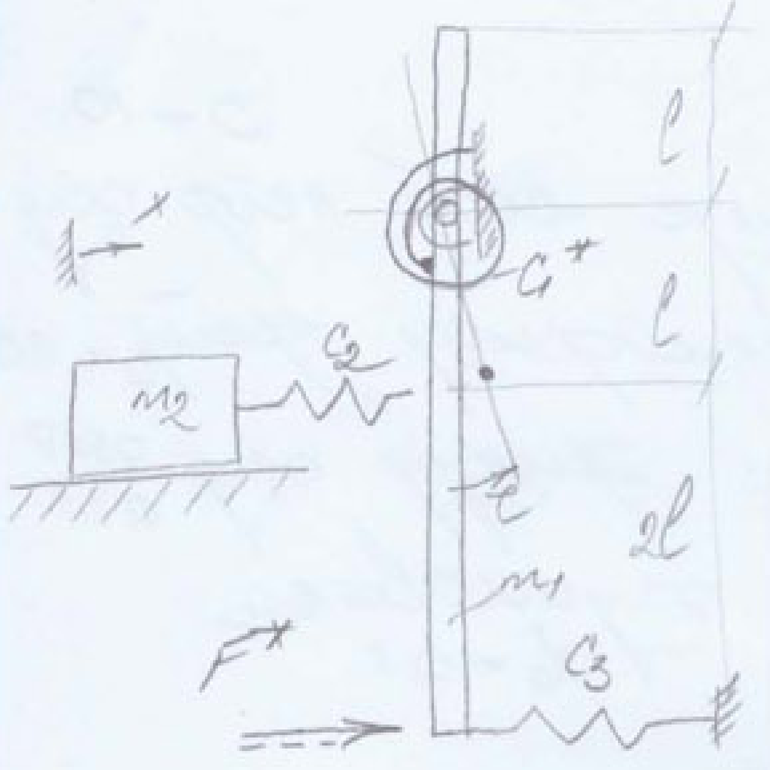
$$P_{np} = \frac{h}{\omega^2 - \Omega^2} = \frac{20}{100-36} = 0{,}31$$

$$R = \frac{\dot{x}_0}{p} = \frac{0{,}1}{\sqrt{100-25}} = 0{,}012$$

$$\rightarrow x = R e^{-nt} \sin(pt + \alpha) + P \sin(\Omega t - \delta)$$

$$tg\,\delta = \frac{2n\Omega}{\omega^2 - \Omega^2} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 6}{64} = 0{,}94 \Rightarrow \delta = 0{,}75 \text{ rad}$$

(2)



$$E_k = \frac{1}{2} J \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} m_2 \cdot \dot{x}^2$$

$$a_{11} = J = \frac{m_1 \cdot (4\ell)^2}{12} + m_1 \ell^2 = \frac{4}{3} m_1 \ell^2 + \frac{3}{3} m_1 \ell^2 = \frac{7}{3} m_1 \ell^2 = 7$$

$$a_{22} = m_2 = 2$$

$$E_p = +m_1 g \cdot (\ell - \ell \cos\varphi) + \frac{1}{2} c_1^* \varphi^2 + \frac{1}{2} c_2 \cdot (\ell\varphi - x)^2 + \frac{1}{2} c_3 (3\ell\varphi)^2$$

$$\frac{dE_p}{d\varphi} = m_1 g \ell (\sin\varphi) + c_1^* \varphi + c_2 \ell (\ell\varphi - x) + 3\ell c_3 (3\ell\varphi)$$

$$\frac{d^2E_p}{d\varphi^2} = \overset{3 \cdot 9{,}81 \cdot 1}{m_1 g \ell} + \overset{100}{c_1^*} + \overset{200 \cdot 1^2}{c_2 \ell^2} + \overset{9 \cdot 100 \cdot 1^2}{9 c_3 \ell^2} = \overset{1229{,}43}{c_{11}} \qquad \frac{d^2E_p}{d\varphi\, dx} = \overset{-200 \cdot 1}{-c_2 \ell} = \overset{-200}{c_{12}}$$

$$\frac{dE_p}{dx} = -c_2(\ell\varphi - x) \qquad \frac{d^2E_p}{dx^2} = \overset{200}{c_2} = \overset{200}{c_{22}}$$

$$\begin{vmatrix} 1229{,}43 - 7\omega^2 & -200 \\ -200 & 200 - 2\omega^2 \end{vmatrix} = 0$$

$A = 14$

$B = -1400 - 2 \cdot 1229{,}43 = 3858{,}86$

$C = 205886$

$\omega_1 = 8{,}505 \qquad \omega_2 = 14{,}26$

$$\Delta(\Omega^2) = 14 \cdot 10^4 - 3858{,}86 \cdot 10^2 + 205886 = -40000$$

$$\eta_{21} = \frac{1229{,}43 - 7\omega^2}{200} \qquad [K] = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3{,}62 & -0{,}97 \end{pmatrix}$$

$$\delta A^* = F^* \delta r = F^* 3\ell \delta\varphi \Rightarrow Q_{01} = 3F_0 \ell$$

$$\begin{vmatrix} 3F_0\ell^{\,6} & -200 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} \Rightarrow P_1 = 0 \qquad \begin{vmatrix} 529{,}43 & 6 \\ -200 & 0 \end{vmatrix} \Rightarrow P_2 = -0{,}03$$